

Examen Final de Dynamique Des Structures 1 (M1-Structures /S1)  
Partie1 QCM (Durée :30mn)

**Nom et prénoms :**

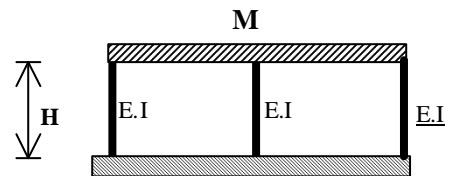
Cocher la bonne réponse (6 PTS)

- 1/ La période propre d'un SSDDL augmente en diminuant:
- sa masse.
  - sa rigidité.
  - son amortissement.
- 2/ Un SSDDL est écarté de sa position d'équilibre. On constate qu'il revient à cette position initiale sans effectuer des vibrations autour de celle-ci. Que pouvez-vous dire concernant son amortissement  $\xi$ ?
- $\xi = 1$  (Système à amortissement critique).
  - $\xi < 1$  (Système sous-amorti).
  - $\xi > 1$  (Système sur-amorti).
- 3/ Afin d'évaluer l'amortissement  $\xi$  d'un SSDDL, on le soumet à un essai de vibrations libres ; le rapport de deux amplitudes consécutives est alors de 0.8. Quelle est la valeur de  $\xi$ ?
- $\xi = 1$ .
  - $\xi = 3.55\%$
  - $\xi = 4.22\%$
- 4/ La réponse maximale en régime permanent d'un SSDDL de rigidité K et de masse M sous une charge harmonique  $p(t) = P_0 \cos(\omega t - \alpha)$  est égale à:
- $u_{max} = \frac{P_0 D}{K} \cos(\alpha)$
  - $u_{max} = \frac{P_0}{K} D$
  - $u_{max} = \frac{P_0}{\omega} D$
- 5/ Quelle serait la valeur du coefficient d'amplification dynamique D d'un SSDDL amorti ( $\xi = 5\%$ ) soumis à une force harmonique, si le mouvement de cette force entraine en résonance avec celui du système?
- $D = 1$
  - $D = 10$ .
  - $D = 5$
- 6/ Un SSDDL fera un bon accéléromètre si :
- $\xi = 0.7$  et  $0 < \beta < 0.6$
  - $\xi = 0.7$  et  $\beta > 0.6$
  - $\xi = 0.5$  et  $\beta > 1$
- 7/Le développement en série de Fourier de la force dynamique appliquée à un SSDDL est utile dans le cas de:
- chargement quelconque.
  - chargement impulsif.
  - chargement périodique.
- 8/ Suite à l'installation d'un système d'isolation vibratoire, on constate que le déplacement transmis est plus important que le déplacement appliqué. Que pouvez-vous dire concernant son rapport de fréquence  $\beta$ ?
- $\beta = \sqrt{2}$
  - $\beta < \sqrt{2}$
  - $\beta > \sqrt{2}$
- 9/ Un SSDDL de rigidité K, de masse M, de période T, initialement au repos et non amorti est soumis à une impulsion rectangulaire  $p(t) = P_0$  sur l'intervalle  $[0, t_1]$ . sachant que  $t_1 > \frac{T}{2}$  quelle est la valeur du déplacement maximum?
- $\frac{P_0}{K} D$ .
  - $2 \frac{P_0}{K}$
  - $2 \frac{P_0}{K} \sin\left(\pi \frac{t_1}{T}\right)$
- 10/ L'hypothèse principale dans la méthode temporelle Pas à Pas à accélération moyenne est de supposer que dans chaque pas de temps:
- l'accélération est constante.
  - l'accélération est linéaire.
  - l'accélération est quadratique.
- 11/ Pour calculer directement la réponse dynamique maximale d'un SSDDL, on utilise :
- la méthode temporelle pas à pas.
  - la méthode spectrale.
  - l'intégrale de Duhamel.
- 12/ Sachant que le déplacement sismique maximum d'un SSDDL de période propre égale à 0.2s est de 1 cm. Quelle est la valeur maximale de la pseudo-accélération de ce système?
- Sa=9.85 m/s<sup>2</sup>.
  - Sa=98.5 m/s<sup>2</sup>
  - Sa=6.85 m/s<sup>2</sup>

**Examen Final de Dynamique Des Structures 1 (M1-Structures/S1)**  
**Partie 2 Exercices**

**Exercice1 : (8 PTS)**

Le portique de la figure 1 possède un plancher infiniment rigide. Il peut alors être modélisé par un système à un seul degré de liberté. Ce portique est soumis à un déplacement horizontal du support  $u_g = u_{g0} \sin \bar{\omega} t$ . Pour l'application numérique, on donne:  
 $M=50$  t;  $E.I=30 \cdot 10^6$  N.m<sup>2</sup>;  $H=3,0$  m,  $\xi = 5\%$ ;  $u_{g0} = 5$  mm  $\bar{\omega} = 30$  rad/s.

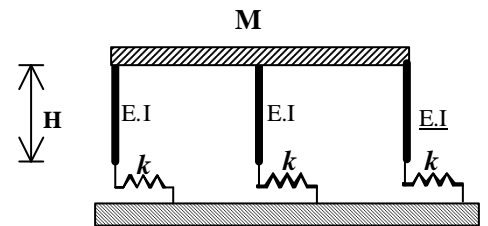


**Figure 1.**

(2 pt) 1/ Calculer la pulsation propre du système.

(2 pts) 2/ Calculer le déplacement relatif maximum en régime permanent. Que pouvez-vous déduire?

Afin de réduire le déplacement transmis au niveau du plancher, on interpose à la base de chacun des poteaux un système d'isolation de rigidité horizontale  $k$ , on fera l'hypothèse que la valeur de  $k$  est très petite devant la rigidité du poteau. La nouvelle modélisation du bâtiment est décrite sur la figure 2.



**Figure 2.**

(2 pt) 3/ Donner l'expression de la nouvelle pulsation propre du portique isolé.

(2 pts) 4/ Calculer la valeur de  $k$  permettant de réduire le déplacement transmis au niveau du plancher à 10% du déplacement appliqué maximum  $u_{g0}$ .

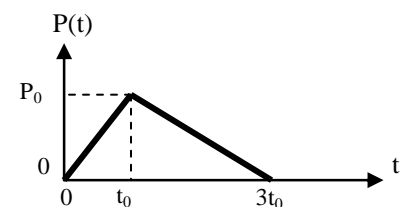
**Exercice2 : (6 PTS)**

Un système à un seul degré de liberté (SSDL) non amorti de rigidité  $K$  et de masse  $M$  est soumis au chargement  $P(t)$  donné par la figure 3. Le système est initialement au repos. Pour l'application numérique, on donne:  $P_0 = 200$  N,  $M=7000$  kg,  $K=984$  kN/m et  $t_0 = 1$  s.

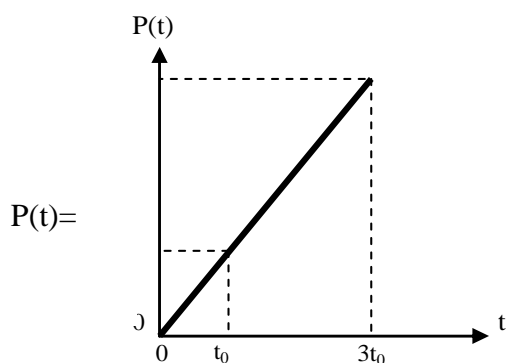
(2 pts) 1/ Donner l'expression du déplacement total pour  $t \leq t_0$ .

(2 pts) 2/ Pour  $t_0 \leq t \leq 3t_0$  donner l'expression du déplacement total en utilisant la superposition de la figure 4.

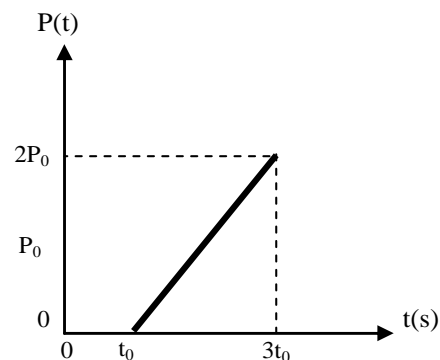
(2 pts) 3/ Quel sera le comportement de la structure après l'instant  $t = 3t_0$ ? Déterminer dans ce cas la valeur de l'amplitude maximale des oscillations de la structure.



**Figure 3**



-1.5



**Figure 4.**

Correction de l'Examen Final de Dynamique Des Structures 1 (M1-Structures /S1)  
Partie1 QCM (Durée : 25mn)

Cocher la bonne réponse (6 PTS)

- 1/ La période propre d'un SSDDL augmente en diminuant:
- sa masse.
  - sa rigidité.
  - son amortissement.
- 2/ Un SSDDL est écarté de sa position d'équilibre. On constate qu'il revient à cette position initiale sans effectuer des vibrations autour de celle-ci. Que pouvez-vous dire concernant son amortissement  $\xi$ ?
- $\xi = 1$  (Système à amortissement critique).
  - $\xi < 1$  (Système sous-amorti).
  - $\xi > 1$  (Système sur-amorti).
- 3/ Afin d'évaluer l'amortissement  $\xi$  d'un SSDDL, on le soumet à un essai de vibrations libres ; le rapport de deux amplitudes consécutives est alors de 0.8. Quelle est la valeur de  $\xi$ ?
- $\xi = 1$ .
  - $\xi = 3.55\%$
  - $\xi = 4.22\%$
- 4/ La réponse maximale en régime permanent d'un SSDDL de rigidité K et de masse M sous une charge harmonique  $p(t) = P_0 \cos(\omega t - \alpha)$  est égale à:
- $u_{max} = \frac{P_0 D}{K} \cos(\alpha)$
  - $u_{max} = \frac{P_0}{K} D$
  - $u_{max} = \frac{P_0}{\omega} D$
- 5/ Quelle serait la valeur du coefficient d'amplification dynamique D d'un SSDDL amorti ( $\xi = 5\%$ ) soumis à une force harmonique, si le mouvement de cette force entraine en résonance avec celui du système?
- $D = 1$
  - $D = 10$ .
  - $D = 5$
- 6/ Un SSDDL fera un bon accéléromètre si :
- $\xi = 0.7$  et  $0 < \beta < 0.6$
  - $\xi = 0.7$  et  $\beta > 0.6$
  - $\xi = 0.5$  et  $\beta > 1$
- 7/Le développement en série de Fourier de la force dynamique appliquée à un SSDDL est utile dans le cas de:
- chargement quelconque.
  - chargement impulsif.
  - chargement périodique.
- 8/ Suite à l'installation d'un système d'isolation vibratoire, on constate que le déplacement transmis est plus important que le déplacement appliqué. Que pouvez-vous dire concernant son rapport de fréquence  $\beta$ ?
- $\beta = \sqrt{2}$
  - $\beta < \sqrt{2}$
  - $\beta > \sqrt{2}$
- 9/ Un SSDDL de rigidité K, de masse M, de période T, initialement au repos et non amorti est soumis à une impulsion rectangulaire  $p(t) = P_0$  sur l'intervalle  $[0, t_1]$ . sachant que  $t_1 > \frac{T}{2}$  quelle est la valeur du déplacement maximum?
- $\frac{P_0}{K} D$ .
  - $2 \frac{P_0}{K}$
  - $2 \frac{P_0}{K} \sin\left(\pi \frac{t_1}{T}\right)$
- 10/ L'hypothèse principale dans la méthode temporelle Pas à Pas à accélération moyenne est de supposer que dans chaque pas de temps:
- l'accélération est constante.
  - l'accélération est linéaire.
  - l'accélération est quadratique.
- 11/ Pour calculer directement la réponse dynamique maximale d'un SSDDL, on utilise :
- la méthode temporelle pas à pas.
  - la méthode spectrale.
  - l'intégrale de Duhamel.
- 12/ Sachant que le déplacement sismique maximum d'un SSDDL de période propre égale à 0.2s est de 1 cm. Quelle est la valeur maximale de la pseudo-accelération de ce système?
- $S_a = 9.85 \text{ m/s}^2$ .
  - $S_a = 98.5 \text{ m/s}^2$
  - $S_a = 6.85 \text{ m/s}^2$

## Partie 2 Exercices

### Exercice 1

1/	<b>0.25x2</b> <b>0.25x2</b> <b>0.5x2</b>	La rigidité d'un poteau encasturé-encasturé est: $k_{pot}=12EI/h^3=12 \times 30 \times 10^3 / 3^3 = 1.33 \times 10^4 \text{ kN/m}$ La rigidité équivalente du portique $k_{eq}=3 \times k_{pot}=40000 \text{ kN/m}$ . La pulsation propre $\omega = \sqrt{K_{eq}/M}=28,28 \text{ rad/s}$
2/	<b>0.5</b> <b>0.5</b> <b>0.25x2</b> <b>0.5</b>	Le déplacement relatif maximum en régime permanent est $U_{max} = P_0 D / k$ L'équation de mouvement est $M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_g = M\bar{\omega}^2 u_{g0} \sin \bar{\omega} t$ donc $P_0 = M\bar{\omega}^2 u_{g0} = 50 \times 30^2 \times 5 \times 10^{-3} = 225 \text{ kN}$ . $D = ((1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2)^{-0.5}$ $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = 1.06$ $D=6.09$ . $U_{max} = \frac{225 \times 6.09}{40000} = 0.0343 \text{ m}$ $\beta \approx 1$ le mouvement de la force entre en résonance avec celui du système ce qui a donné un déplacement important du portique.
3/	<b>1</b> <b>1</b>	Le poteau est lié en série avec l'isolateur donc la rigidité d'un poteau isolé $K_{pot-isolé}$ est exprimée par: $\frac{1}{K_{pot-isolé}} = \frac{1}{K_{pot}} + \frac{1}{k}$ puisque $k \ll K_{pot}$ $K_{pot-isolé} \approx k$ La rigidité du portique isolé équivalente $K_{eq} = 3 \times K_{pot-isolé} = 3k$ . La pulsation propre du portique isolé est $\omega = \sqrt{3k/M}$
4/	<b>0.5</b> <b>1</b> <b>0.5</b>	le déplacement transmis au niveau du plancher est réduit à 10% du déplacement appliqué maximum $u_{g0}$ donc $Tr=0.1$ $Tr = D\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}$ en remplaçant $\xi$ et $Tr$ on obtient l'équation suivante: $\beta^4 - 2.99\beta^2 - 99 = 0$ les solutions sont $\beta_1^2 = 11.55$ ; $\beta_2^2 < 0$ . donc $\beta = 3.39$ . $\beta^2 = \frac{\bar{\omega}^2}{\omega^2} = \frac{\bar{\omega}^2}{3k}$ donc $k=1305.24 \text{ kN/m}$

### Exercice 2

1/	<b>1</b> <b>1</b>	<b>Phase 1:</b> $t \leq t_0$ ; $p(t) = \frac{P_0}{t_0} t$ ; $u_1(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{P_0}{k t_0} t$ . $u_1(0) = 0$ ; $\dot{u}_1(0) = 0 \Rightarrow u_1(t) = \frac{P_0}{k t_0} \left( t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right)$ ; A.N: $u_1(t) = 0.2032 \left( t - \frac{\sin 11.85 t}{11.85} \right) \text{ mm}$
2/	<b>0.5</b> <b>0.5</b> <b>1</b>	<b>Phase 2:</b> $t_0 \leq t \leq 3t_0$ ; en utilisant la superposition de la figure 3 $u_2(t) = u_1(t) - 1.5u'_2(t)$ $u_1(t) = 0.2032 \left( t - \frac{\sin 11.85 t}{11.85} \right) \text{ mm}$ $u'_2(t)$ c'est le déplacement du même chargement linéaire que 1/ décalé de $t_0 = 1 \text{ s}$ donc : $u'_2(t) = 0.2032 \left( t - 1 - \frac{\sin 11.85(t-1)}{11.85} \right) \text{ mm}$ $u_2(t) = 0.2032 \left( -0.5t + 1.5 - \frac{\sin 11.85 t}{11.85} + 1.5 \frac{\sin 11.85(t-1)}{11.85} \right)$
3/	<b>0.5x2</b> <b>0.5</b> <b>0.5</b>	<b>Phase 3:</b> $t \geq 3t_0$ ; Le SSDDL est en vibrations libres dues aux conditions initiales qui sont égales aux conditions finales de la phase 2. $u_3(t) = A \cos 11.85(t-3) + B \sin 11.85(t-3) \Rightarrow u_{3max} = \sqrt{A^2 + B^2}$ $u_3(3) = u_2(3) \Rightarrow A = u_2(3) = -0.01064 \text{ mm}$ $\dot{u}_3(3) = \dot{u}_2(3) \Rightarrow B = \frac{\dot{u}_2(3)}{\omega} = \frac{0.0466}{11.85} = 0.0039 \text{ mm}$ $u_{3max} = 0.0113 \text{ mm}$